

Estudio constructivo y de estabilidad estructural del templete de coronación de la peineta de la fachada del Obradoiro de la Catedral de Santiago de Compostela, con vistas a recuperar su estado original abriendo los huecos actualmente cegados

por:
Santiago Huerta Fernández

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS Y FÍSICA DE LA EDIFICACIÓN
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

PECSA
Fundación de la Catedral de Santiago de Compostela

Madrid, junio de 2017

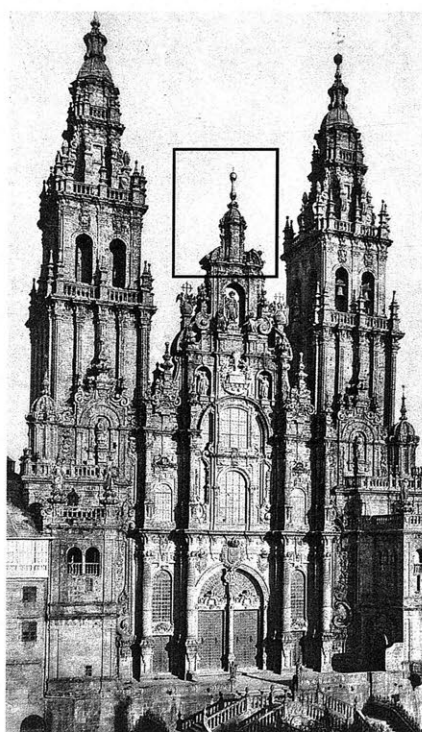
Índice

1. Introducción: Objetivo del informe	1
2. Marco teórico	2
2.1 El material: hipótesis del análisis límite	2
2.2 Condición de estabilidad; seguridad	2
2.3 Teorema Fundamental; límite inferior del coeficiente de seguridad	3
2.4 Movimientos y grietas	3
3. Consideraciones generales sobre los pináculos y remates de agujas	4
3.1 Estabilidad de un cono macizo	4
4. Estabilidad del pináculo de coronación	6
4.1 Acciones	6
4.2 Análisis de estabilidad. Fuerza en el vástago	7
5. Estabilidad del cupulino y los pilares de soporte: peso propio	11
5.1 Cupulino	11
5.2 Pilares de soporte	13
6. Estabilidad del cupulino y los pilares de soporte: acción del viento	16
7. Conclusiones	19
8. Bibliografía	20
Apéndice I. Anclaje del vástago del pináculo de un templete	21
Láminas (fotos J. Alonso, PECSA y S. Huerta)	23

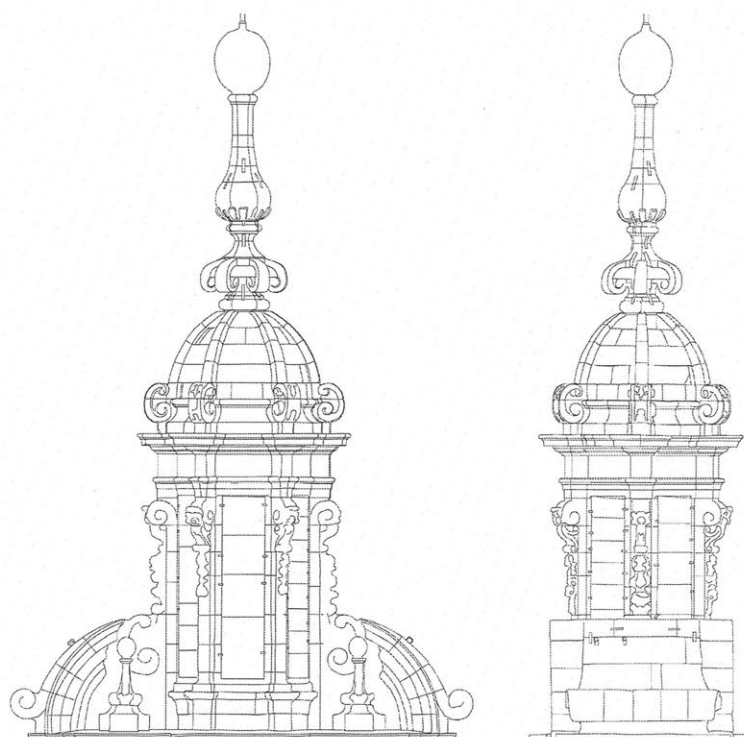
1. Introducción: Objetivo del informe

La parte central de la fachada barroca del Obradoiro fue proyectada y construida (1736-1749) por el arquitecto Fernando Casas Novoa. Está coronada en su centro por una llamada “peineta”, rematada a su vez por un templete. Este templete consiste de seis pilares que soportan un cupulino terminado por un pináculo, con bola y cruz. El templete estuvo abierto en origen y, en fecha indeterminada fue cerrado por unas losas de piedra recibidas con grapas., Figura 1.

Es el objetivo principal del presente informe estudiar la viabilidad de dejar el templete abierto, como estuvo en origen, retirando las losas de piedra que lo cierran. Por otra parte, el pináculo de coronación presenta daños por su larga exposición a los agentes atmosféricos y necesita ser reparado. Se estudiará su estabilidad y las medidas de consolidación precisas. Finalmente, se estudiará el anclaje del pináculo de coronación de un templete de la torre norte.



(a)



(b)

Figura 1

(a) Fachada del Obradoiro ca. 1950 (Kubler 1957). (b) Alzados frontal y lateral del templete (J. Alonso)

2. Marco teórico

Al realizar los estudios se ha aplicado la teoría del Análisis Límite de Estructuras de Fábrica, tal y como la ha desarrollado fundamentalmente Heyman en los últimos decenios —véase Heyman (1999, 2011 y 2015). En este apartado se resumirán los principios e ideas fundamentales.

2.1 El material: hipótesis del análisis límite

Se considera la estructura de fábrica formada por un material rígido-unilateral, que resiste compresiones pero no resiste tracciones. Es decir, imaginamos la fábrica como un conjunto de bloques indeformables en contacto seco y directo que se sostienen por su propio peso. Supondremos también que las tensiones son bajas, no habiendo peligro de fallo por resistencia, y que el rozamiento entre las piedras es suficientemente alto como para impedir su deslizamiento. Estas tres hipótesis dan lugar a los Principios del Análisis Límite de las Fábricas:

- (1) la fábrica presenta una resistencia a compresión infinita;
- (2) la fábrica tiene una resistencia a tracción nula;
- (3) el fallo por deslizamiento es imposible.

La hipótesis (1) va ligeramente en contra de seguridad y se comprobará mediante un cálculo numérico. La suposición (2) va, evidentemente, a favor de seguridad. Finalmente, la hipótesis (3), vuelve a estar en contra de seguridad, pero los casos de deslizamiento entre piedras son extremadamente raros (suelen estar asociados a movimientos sísmicos).

2.2 Condición de estabilidad; seguridad

La condición de estabilidad de una fábrica construida con un material que cumpla los principios anteriores exige que la trayectoria de las fuerzas, la «línea de empujes», esté contenida dentro de la estructura; esto es, para cada sección hipotética de la estructura la resultante de las fuerzas debe estar contenida en su interior.

La seguridad está determinada, en cada sección, por la distancia relativa de la resultante de tensiones (empuje) a sus bordes. El coeficiente de seguridad es geométrico y definirá la posición que dicho empuje no debe sobrepasar dentro de cada sección. Los coeficientes de seguridad dependen del tipo y uso de la estructura, y tienen un carácter empírico. En particular, para el caso de edificios, son distintos para arcos y bóvedas y para estribos; el coeficiente de éstos últimos es mucho más restrictivo, por los motivos que se discutirán en el apartado dedicado a la seguridad del sistema de contrarresto.

2.3 Teorema Fundamental; límite inferior del coeficiente de seguridad

Si la estructura es hiperestática, como es habitual, será posible encontrar infinitas líneas de empujes contenidas dentro de la fábrica, que corresponden a las infinitas situaciones de equilibrio posibles (la línea de empujes no es más que una representación gráfica de las ecuaciones de equilibrio).

Si se cumplen los principios del análisis límite enunciados antes se puede demostrar el siguiente Teorema Fundamental del Análisis Límite (Teorema de la Seguridad o del Límite Inferior): *Dada una estructura, si es posible encontrar una situación de equilibrio compatible con las cargas que no viole la condición de límite del material (esto es, que no aparezcan tracciones) la estructura no colapsará. Aplicado a las fábricas: si es posible dibujar una línea de empujes contenida dentro de la estructura la estructura no se hundirá.*

La potencia del Teorema radica en que la línea de empujes, es decir, la situación de equilibrio, puede ser elegida libremente. Elegida una línea, podremos aplicar las condiciones de seguridad a cada una de las secciones que atraviesa y obtener, de esta forma, un límite inferior para el coeficiente de seguridad geométrico: sabemos que la estructura tiene al menos ese coeficiente de seguridad (en general, sería posible encontrar una línea de empujes que diera una situación más favorable).

El problema de la seguridad de las fábricas es, pues, un problema de estabilidad. De los tres criterios fundamentales que debe cumplir una estructura (resistencia, rigidez y estabilidad), es éste último el que gobierna el proyecto de las fábricas: las tensiones son bajas y las deformaciones pequeñas. El criterio de estabilidad conduce a una visión de las estructuras de fábrica basada firmemente en la geometría: es la forma la que posibilita que las trayectorias de esfuerzos estén siempre dentro de los límites de la fábrica (para una exposición clara y muy detallada de este enfoque, véase Heyman, 1999).

2.4 Movimientos y grietas

Las grietas son algo natural en un material que no resiste tracciones. De hecho, los agrietamientos son la única forma de adaptarse a pequeñas variaciones en las condiciones de contorno (por ejemplo, a un pequeño desplazamiento de los estribos, etc.). Las grietas dividen la estructura en un conjunto «articulado» de bloques que se mueve y adapta a las nuevas condiciones de contorno. A cada movimiento corresponde un agrietamiento distinto y una estructura puede presentar a lo largo de su historia distintos agrietamientos, que corresponden a distintas posiciones de las líneas de empujes (distintas soluciones de las ecuaciones de equilibrio). Sin embargo, el Teorema Fundamental nos asegura que, si encontramos «un sistema de líneas de empujes» (esto es una cierta situación de equilibrio) dentro de la fábrica, aunque pueden moverse bruscamente, éstas nunca se saldrán de los límites de la fábrica con lo que la estabilidad está asegurada. El Teorema de la Seguridad suministra el marco básico para cualquier análisis de equilibrio de una construcción de fábrica.

3. Consideraciones generales sobre los pináculos y remates de agujas

Las coronaciones de las altas torres de fábrica, rematadas por pináculos, esculturas, cruces, etc., constituyen un punto crítico por su alta exposición a los agentes atmosféricos. En particular el viento produce fuerzas horizontales que deben ser resistidas.

Un simple cálculo estático deja ver que es preciso hacer solidario, como un cuerpo único, un a extensión de varios metros desde el remate, para evitar que se produzca el fallo por vuelco. Tradicionalmente se ha hecho disponiendo un vástago central de hierro forjado que se prolongaba varios metros anclándose a una cruceta de madera o hierro, o, más simplemente, colgando un peso.

Loa antiguos constructores debieron estimar la longitud del vástago en base a la experiencia. Los primeros cálculos sobre la estabilidad de pináculos y agujas de fábrica fueron hechos por Mohrmann hacia 1890 (Ungewitter, Mohrmann 1890). La primera contribución moderna con cálculos que sirvieron para realizar una restauración parece deberse a Beckmann y Blanchard (1980). El marco teórico ha sido desarrollado de forma general por Heyman (1995, 1999) que ha publicado los trabajos básicos sobre la estabilidad de pináculos y agujas o coronaciones esbeltas de fábrica (Heyman 1991, 1997).

3.1 Estabilidad de un cono macizo

Los aspectos fundamentales del problema del remate esbelto de una torre se pueden comprender estudiando el caso de un cono macizo (Heyman 1991). La presión dinámica del viento q (kN/m²) se considera proporcional al área aparente perpendicular a la dirección del viento. La geometría queda definida por el semiángulo α y la altura H (m) ($\tan \alpha = R/H$). El material queda caracterizado por su peso específico w (kN/m³). Con referencia a la Figura 2, el viento ejerce una fuerza total Q , que tiende a volcar el cono respecto al borde x , mientras que su peso W produce un momento estabilizante respecto al mismo punto.

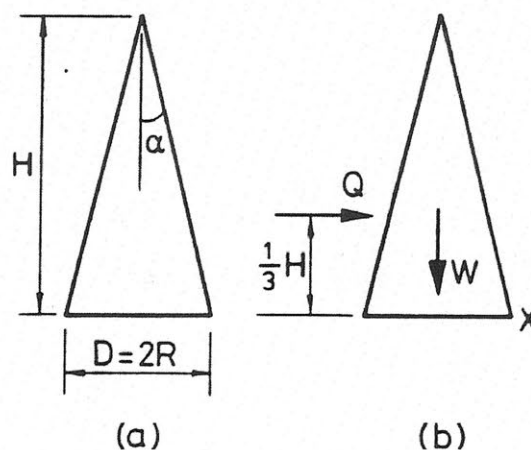


Figura 2
Cono macizo (Heyman 1991)

Para que el cono no vuelque el momento estabilizante del peso debe ser mayor que el de vuelco producido por el viento:

$$WR > Q (H/3)$$

donde:

$$W = w (1/3) \pi R^2 H, \quad (1)$$

$$Q = q R H \quad (2)$$

Sustituyendo los valores de Q y W , y tras una sencilla manipulación algebraica es posible despejar el valor mínimo de H

$$H > \frac{q}{\pi w \tan^2 \alpha} = H_0 \quad (3)$$

Es decir, el remate cónico tiene que formar un cuerpo único hasta una altura de al menos el valor indicado por la expresión (3). Para la aguja de Hemingbrough (Heyman 1991), con valores de $\tan \alpha = 0,0733$ ($\alpha = 4,2^\circ$), $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$ y $w = 16,7 \text{ kN/m}^3$, $H_0 = 5,3 \text{ m}$, para que el cono justo no vuelque.

Si se cuelga un peso W' del vástago, se puede reducir la altura límite. Tomando momentos de nuevo se llega a la expresión:

$$W' > \frac{1}{3} q H^2 - \frac{1}{3} w \pi \tan^2 \alpha H^3 \quad (4)$$

Para no prolongar excesivamente el vástago se puede colgar un peso o pretensar. Heyman demuestra que el peso para que no se produzca el vuelco en ninguna sección del cono es función de H_0 . Para el remate de forma cónica este es el peso de un cono macizo de altura $(2/3) H_0$. Sustituyendo este valor en la ecuación (4) hallaríamos el peso que hay que colgar para que el vuelco fuera imposible, independientemente del valor de H . Para Hemingbrough Heyman obtiene 2,3 kN.

Los valores varían con la forma, en particular con el valor de α , pero resulta evidente la necesidad de un vástago que resista tracciones y la conveniencia de disponer un peso inferior (o un pretensado) que "precomprima" toda la extensión del remate.

Para otras formas de pináculo, singularmente los pináculos barrocos, las secciones críticas pueden estar a diferentes alturas, pero el enfoque es idéntico.

4. Estabilidad del pináculo de coronación

En la Figura 3 se ha representado una sección de la parte superior del templete. Por el centro del pináculo discurre un vástago de hierro forjado va coronado por una bola hueca. El vástago original se prolonga por el interior del cupulino hasta alcanzar el dintel de granito S, donde quedaba embebido en una pequeña caja (en ningún caso un anclaje).

Se realiza un análisis de estabilidad siguiendo el proceso del apartado anterior. Se ha imaginado el pináculo dividido en tres partes: 1) la bola, que se considera con peso pero que recibe la acción del viento); 2) la parte superior 1A por encima de la sección crítica M; 3) la parte 1B entre la sección crítica y el cupulino. De cada una de estas partes se ha calculado su área aparente, la altura del centro de gravedad del área (ver Fig. 3) y su volumen.

Se ha calculado también el volumen de la parte superior del cupulino entre las secciones N y Q pues, como se verá, puede servir de anclaje al vástago.

4.1 Acciones

Peso propio

Para la piedra, granito, se ha supuesto un peso específico de 25 kN/m^3 . De acuerdo con esto y realizando el cubicaje despreciando los elementos decorativos, se obtienen los siguientes pesos (Figura 3):

$$P_{1A} = 7,3 \text{ kN}$$

$$P_{1B} = 6,2 \text{ kN}$$

$$P'_2 = 7,5 \text{ kN}$$

Viento

La acción del viento en elementos esbeltos y ricamente decorados sólo puede establecerse con precisión con pruebas en el túnel de viento. Como orientación se puede consultar el Código Técnico, así como estudios análogos realizados sobre torres y agujas de fábrica.

Según el Código Técnico español la presión estática del viento q_e viene dada por:

$$q_e = q_b \cdot c_e \cdot c_p$$

donde q_b es una presión dinámica básica (que depende de la zona geográfica) y que está afectada por un coeficiente de exposición c_e (que depende de la situación del elemento

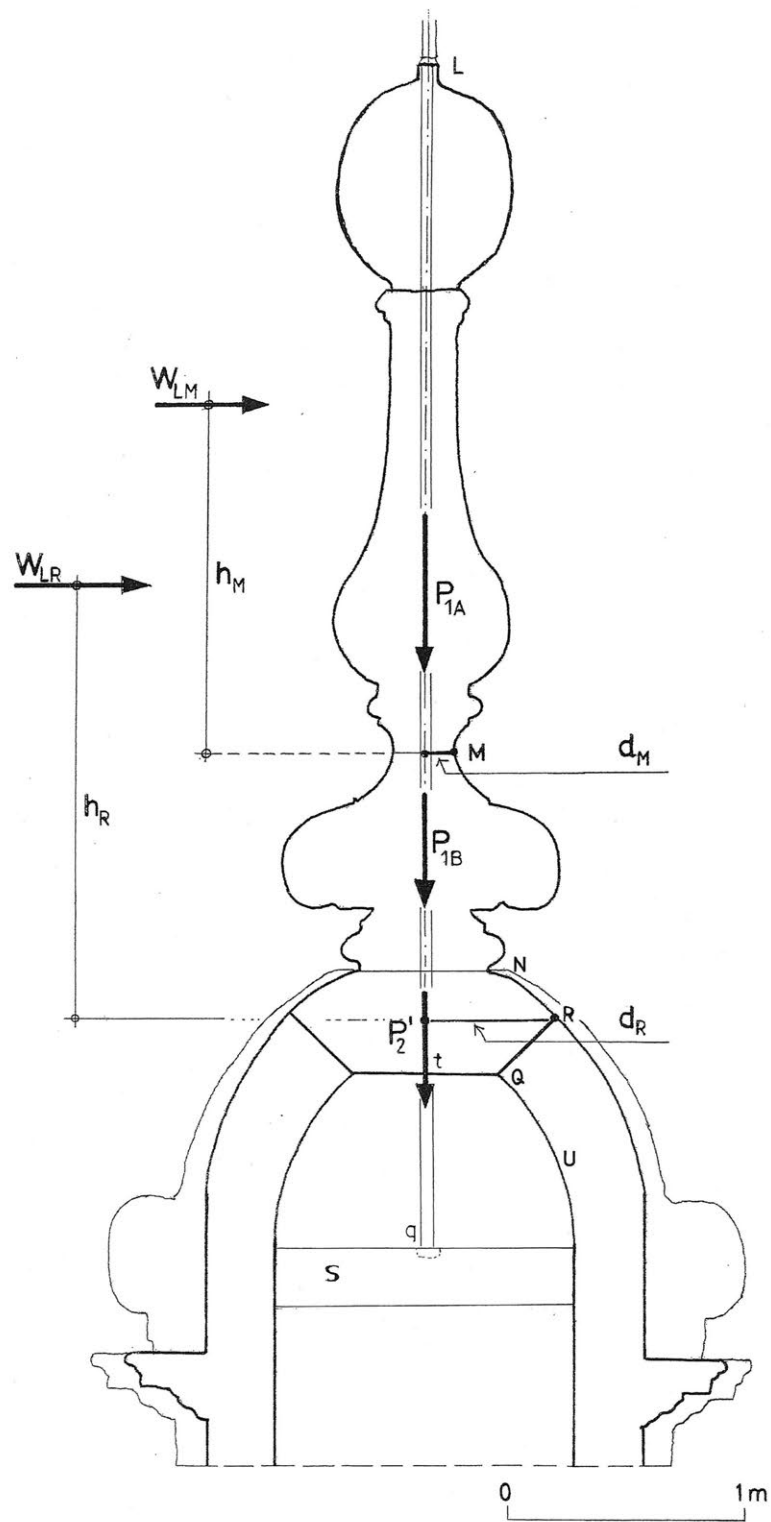


Figura 3
Estabilidad del pináculo

considerado) y un coeficiente eólico c_p (que depende de la forma y de la naturaleza de las superficies). En nuestro caso: $q_b = 0,56 \text{ kN/m}^2$ (zona C, con un período de retorno de 200 años); $c_e = 2,6$ (zona urbana) [ó un máximo de 3,5 (terreno rural sin obstáculos)]; $c_p = 0,8$ (elementos esbeltos).

Para estos valores q_e está comprendido entre 1,16 y 1,57 kN/m^2 . Como se ha visto, Heyman (1991) consideró un valor de 1,5 kN/m^2 ; Espion et al. (1993) consideraron un valor de 1,84 kN/m^2 , para un período de retorno de 500 años (para la torre más alta y esbelta del Ayuntamiento de Bruselas). En los manuales alemanes de hacia 1900, dedicados al cálculo de estructuras de fábrica y madera, se cita con frecuencia el valor de 2 kN/m^2 (recogido por Mohrmann 1892). Finalmente, el ingeniero inglés Rankine (1856) cita un valor máximo de 2,7 kN/m^2 (55 lib/pulg²) obtenido por observación del hundimiento de altas chimeneas y otras estructuras.

Se tomará en los cálculos un valor de 2 kN/m^2 , con toda probabilidad bastante superior a los valores reales. Para este valor se obtienen los siguientes valores totales de la fuerza del viento (Figura 3):

- acción del viento entre L y M; altura de la fuerza sobre M:

$$W_{LM} = (1,36) (2) = 2,72 \text{ kN}$$

$$h_M = 1,5 \text{ m}$$

- acción del viento entre L y N:

$$W_{LN} = (2,10) (2) = 4,20 \text{ kN}$$

4.2 Análisis de estabilidad. Fuerza en el vástago

Por simple observación de la Figura 3 puede verse que la sección más crítica es la M, con un diámetro de 0,25 m. La fuerza del viento $W_{LM} = 2,72 \text{ kN}$ produce un momento de vuelco respecto a la sección M:

$$M_v = (2,72) (1,5) = 4,08 \text{ kNm}$$

El peso $P_{1A} = 7,3 \text{ kN}$ produce un momento de estabilidad respecto al borde de la sección M:

$$M_E = (7,3) (0,25/2) = 0,91 \text{ kNm}$$

Sin el vástago ejerciendo una tracción Q hacia abajo la parte superior del pináculo se volaría.

Calculemos ahora el valor de Q . El momento de estabilidad vale ahora:

$$M_E = (P_{1A} + Q) (0,25/2)$$

Igualando esta expresión al momento de vuelco obtenido antes $M_V = 4,08$ kN, se obtiene un valor de $Q = 25,35$ kN. El vástago debe ser capaz de resistir una tracción de unos 26 kN:

- debe tener una sección suficiente para resistir con seguridad esta fuerza
- debe estar anclado por debajo de la sección M , y el sistema de anclaje debe resistir con seguridad la fuerza de 26 kN.

El vástago original, como se ha dicho, atravesaba todo el pináculo y el cupulino llegando a tocar el dintel de granito S . Toda la longitud del vástago por debajo de t era por tanto inútil.

Si se considera que el anclaje del vástago en el bloque de peso $P'_2 = 7,5$ kN, entonces, el pináculo formaría un cuerpo con el citado bloque, y este cuerpo proporcionaría un momento de estabilidad alrededor del punto R (a una distancia de 0,55 m del eje del vástago) con un valor:

$$M_E = (P_{1A} + P_{1B} + P'_2) (0,55) = (7,3 + 6,2 + 7,5) (0,55) = 11,55 \text{ kN}$$

La fuerza del viento sería la actuante entre L y N , W_{LN} (se desprecia la que actúa entre N y R), y el momento de vuelco vale (Fig. 3):

$$M_V = (W_{LN}) (h_N) = (4,2) (1,85) = 7,77 \text{ kN}$$

Por tanto, si se consigue anclar el vástago sobre la parte superior del cupulino, esto daría una estabilidad segura al conjunto de pináculo.

Hay dos maneras de conseguirlo (Figura 4):

- colocar una chapa sobre el intradós del cupulino en t , con un espesor un área suficientes. Estos valores no se deciden por cálculo (saldrían muy pequeños) sino por consideraciones de durabilidad. Digamos que una chapa cuadrada de acero inoxidable de 1 cm de espesor y 10 cm de lado. El vástago debería atravesar la chapa y estar anclado en su extremo con tuerca y contratuerca. Se le debería dar una cierta pretensión: digamos, 10 kN.
- colocar una cruceta a una cierta altura U con elementos que resistan la fuerza de 26 kN.
- prolongar el vástago hasta que atravesase el dintel de piedra y colocar una chapa de anclaje por debajo.

Nos parece más económica y duradera la primera solución.

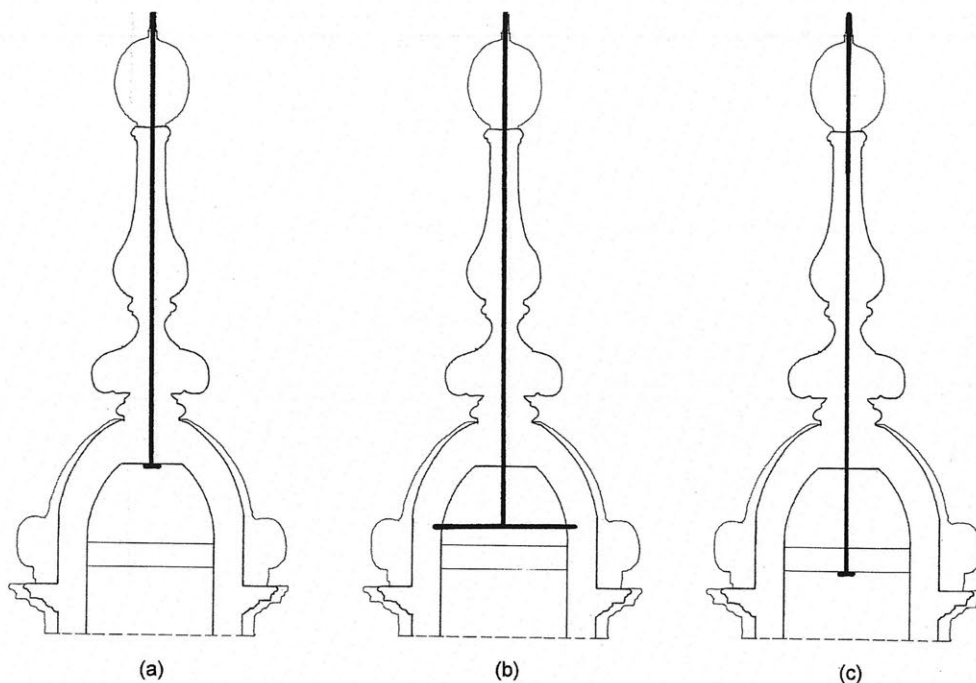


Figura 4
Posibles modos de anclaje del vástago

Sobre el anclaje en la fábrica por adherencia

En su estado originan el vástago se prolongaba hasta alcanzar el dintel pero no se anclaba en él. Dado que el pináculo no se ha caído, el vástago ha tenido que estar anclado por adherencia para resistir las arriba citadas fuerza de tracción. La “longitud de anclaje” se ha dibujado en la Figura 4bis.

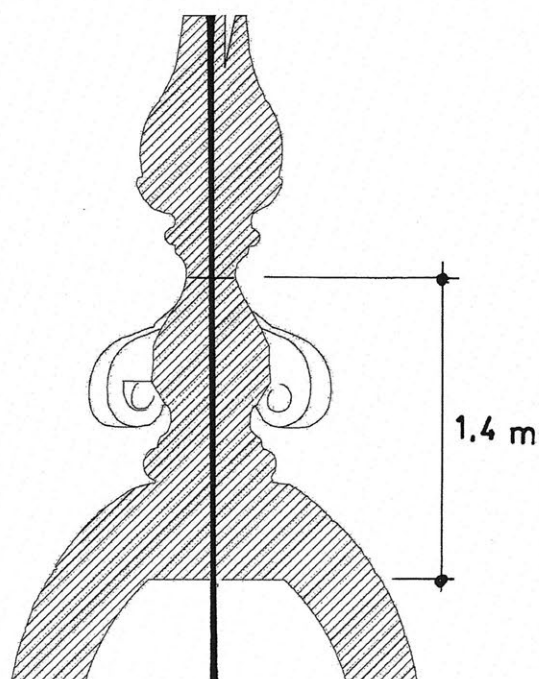


Figura 4bis
Longitud de anclaje del vástago original

Así, pues, un vástago de un diámetro como el original, para resistir una tracción de entre 13 y 26 kN (1-2 kN/m² de presión dinámica del viento) necesita una longitud que no menor de 1,4 m. Por supuesto, los únicos datos fiables se obtendría mediante una serie de ensayos sistemáticos que, por lo que sabemos, no se han realizado hasta la fecha. Esto no deja de ser curioso, siendo este problema que nos ocupa habitual en todos los remates de torres históricas de fábrica.

5. Estabilidad del cupulino y los pilares de soporte: peso propio

Se ha estudiado la estabilidad del cupulino imaginando que la fábrica no resiste tracciones (ver apartado 2 más arriba). Para hallar un estado posible de fuerzas internas de compresión, entre los infinitos posibles, se ha empleado el “método de los cortes” (Heyman 1999). Se imagina la cúpula cortada por planos verticales que pasan por su eje. Queda entonces dividida en una serie de “gajos” que, dos a dos, forman un sistema de arcos de sección variable con una clave común en la coronación de la cúpula. Es una hipótesis de equilibrio que puede hacerse dentro del marco del Análisis Límite y el Teorema de la Seguridad.

El problema se reduce a estudiar las líneas de empujes en un arco “plano”. Se pueden aplicar varias simplificaciones para el cálculo. Por ejemplo, resulta cómodo, dada la simetría axial, el trabajar con los pesos totales, imaginando todo el peso de unas dovelas toroidales.

Los empujes individuales se obtendrían dividiendo el total por el número de planos de corte verticales.

Los volúmenes de las dovelas toroidales se pueden hallar de forma muy sencilla aplicando el segundo Teorema de Pappus-Guldung.

5.1 Cupulino

En la Figura 5 se muestra el análisis de equilibrio y la correspondiente línea/superficie de empujes:

- la carga P_1 representa el peso total del pináculo que suponemos se distribuye en su borde de apoyo (de nuevo es una suposición de equilibrio que puede hacerse dentro del marco del Análisis Límite y el Teorema de la Seguridad).
- las cargas P_2 a P_7 son los pesos de cada una de las “dovelas” en que se ha imaginado dividido el gajo de cúpula, actuando en su centro de gravedad correspondiente.

Las cargas P_1 y P_2 se sustituyen por resultante P_{1-2} que se compone con el empuje horizontal

H (por simetría) en la “clave” o anillo superior de compresión formado en la cabeza del cupulino. En la tabla siguiente se recogen los valores:

Dovela	Peso (kN)
P_1 (pináculo)	13,5
P_2	3,1
P_3	8,9
P_4	15,4
P_5	13,7
P_6	15,5
P_7	28,6
P_{TOTAL}	98,7

Dibujo de la línea de empujes

Se puede dibujar la línea de empujes empleando las técnicas habituales de los manuales de estática gráfica, polígono funicular y de fuerzas, etc.

En este caso, dado que los centros de gravedad de algunas dovelas están verticalmente muy cerca unos de otros, en este caso, los puntos de paso de la línea de empujes por las distintas secciones se han calculado numéricamente.

Se ha trazado la línea de mínimo empuje, tangente al intradós en la sección c. En realidad la línea se apartará unos milímetros del borde para alcanzar una tensión de compresión admisible, pero esa desviación está contenida en el espesor de la línea del dibujo.

En la clave se obtiene un empuje horizontal total $H = 5,4$ kN. En realidad se formaría un anillo de compresiones de un cierto radio R en el que actuaría una fuerza $F_A = 2\pi H = 33,9$ kN, que se puede imaginar contenido sin dificultad dentro de la coronación de la cúpula. (Curiosamente el valor de F_A es independiente de R , y se puede imaginar un anillo de cualquier radio contenido dentro de la fábrica.)

La componente vertical en la base, el peso total del cupulino y el pináculo $P_{1-7} = 98,7$ kN.

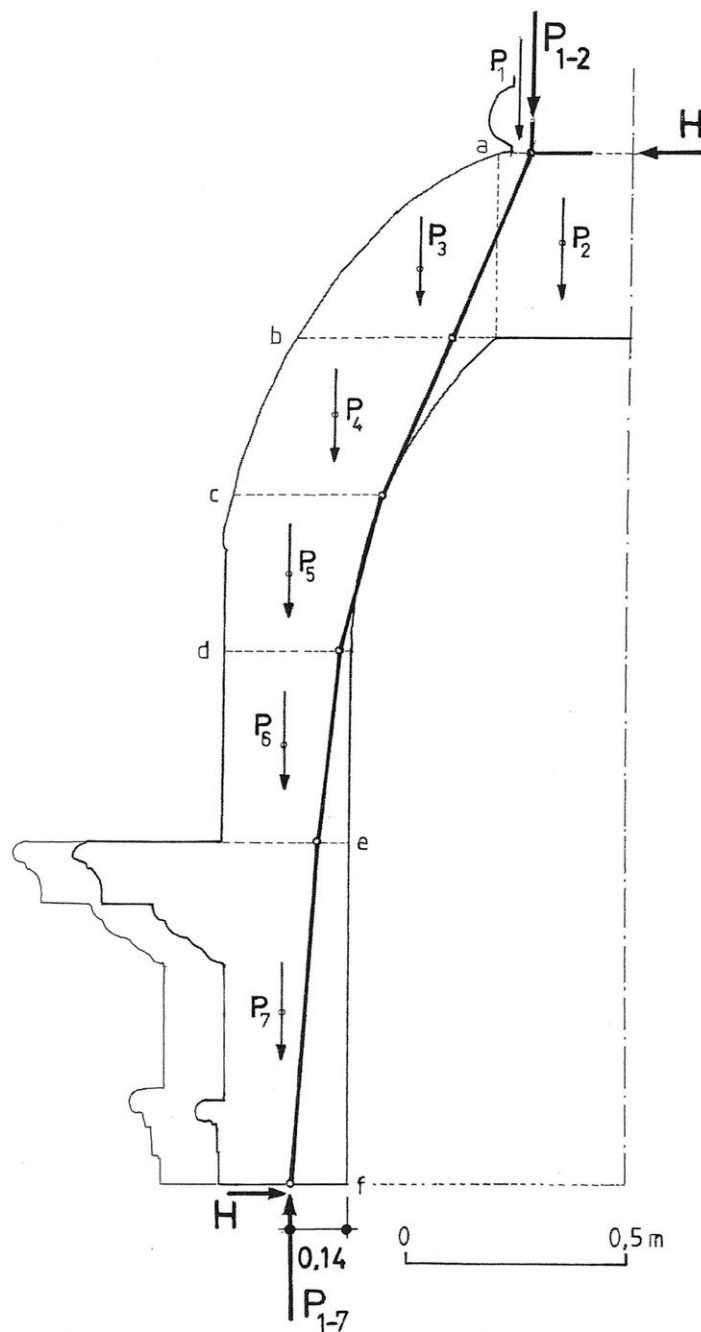


Figura 5
Línea de empuje mínimo en el cupulino

5.2 Pilares de soporte

En la hipótesis bajo estudio de eliminar las losas que cierran el templete, la resultante total inclinada del peso y empuje del cupulino (V y H en la Figura 6) debe ser resistida por los seis pilares verticales que soportan el cupulino. En la Figura 6 se muestra un sección horizontal esquemática por los pilares. Puede verse que hay dos de ellos de mayor sección. En el análisis se han considerado todos iguales, con la sección menor.

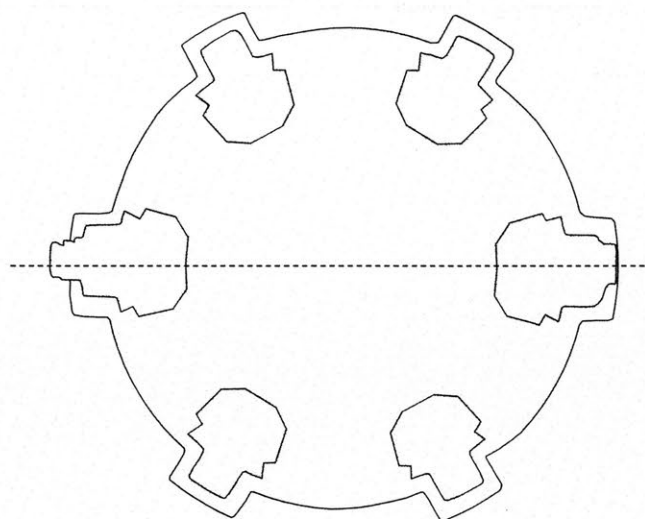


Figura 6

Sección horizontal por los pilares. La línea de puntos marca el plano de la fachada

De nuevo, resulta cómodo trabajar con los pesos totales. Así, el peso $P_E = 39,1$ kN es el peso total de los seis pilares y las fuerzas $V = 98,7$ kN y $H = 5,4$ kN son las componentes de la resultante "total" del empuje de la cúpula sobre los pilares, obtenidas en el apartado anterior (Figura 7).

La resultante en la base estará a una distancia x del borde interior. La ecuación de equilibrio es, tomando momentos respecto a dicho borde interior:

$$(P_E + V) x = (P_E) 0,19 + (V) 0,14 + (H) 2,37$$

de donde se obtiene $x = 0,25$ m

El coeficiente geométrico de seguridad, que mide la desviación de la resultante del centro del diámetro de la sección, vale:

$$c.g.s. = \frac{d/2}{(d/2 - x)} = 05,25$$

muy por encima del valor "estándar" de 3-4. El coeficiente real será aún mayor ya que se ha despreciado la mayor sección de los pilares en dirección de la fachada, así como la posible acción del dintel interior.

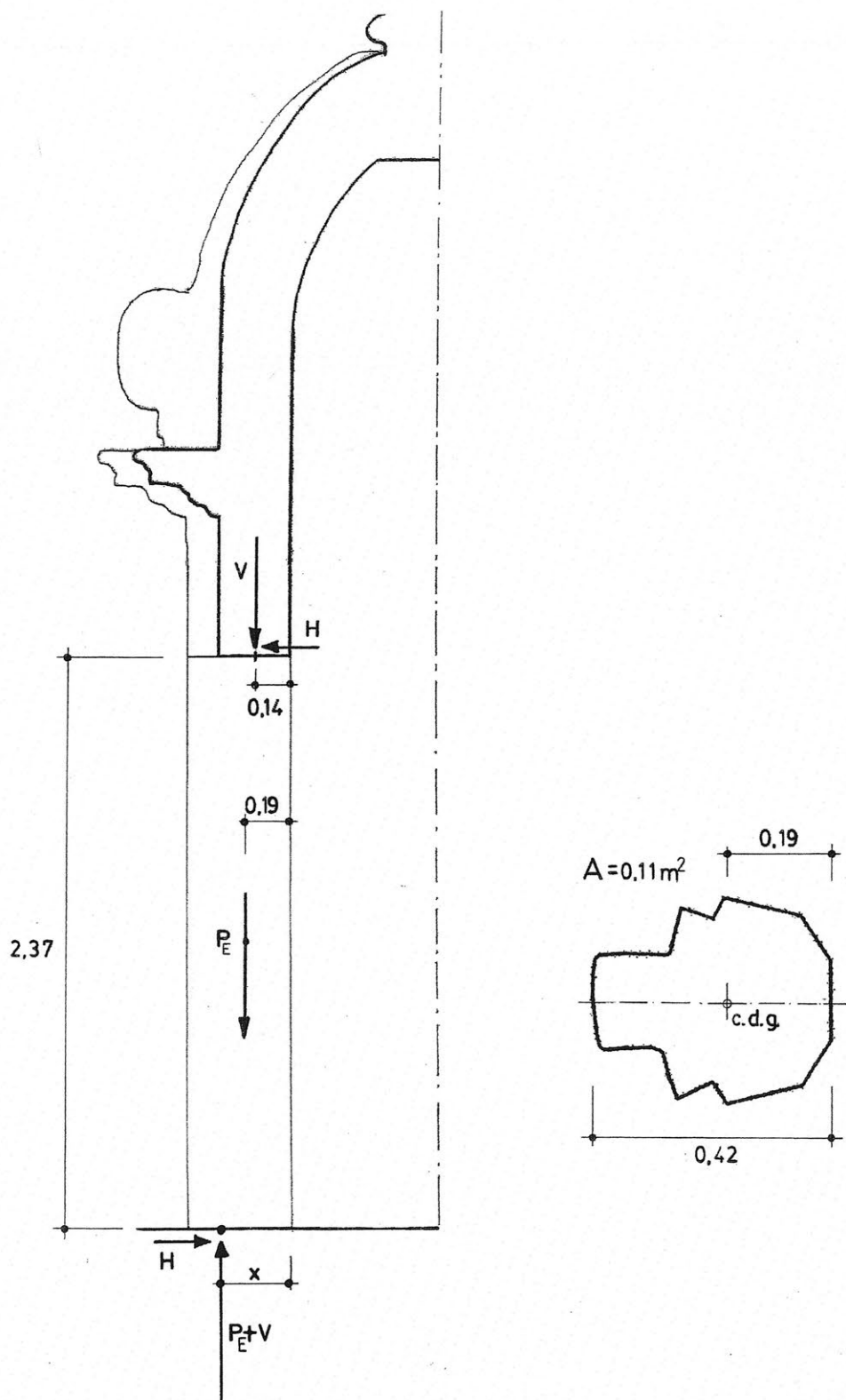


Figura 7
Equilibrio de los pilares que soportan el cupulino

6. Estabilidad del cupulino y los pilares de soporte: acción del viento

La sección del templete se indica en la Figura 8. La plataforma sobre la que asienta no es plana y presenta un podio sobre el que hay marcas del anclaje de algún elemento (quizá un pebetero). La altura de los pilares por el interior es de unos 2,20 m.

La única forma en que la acción del viento podría provocar el colapso del templete sobre los pilares exentos es por el fallo lateral que se describe en la Figura 8. La presión dinámica del viento $w = 2 \text{ kN/m}^2$ actuando sobre la superficie aparente del templete S_A de unos 10 m^2 produciría una fuerza de unos 20 kN.

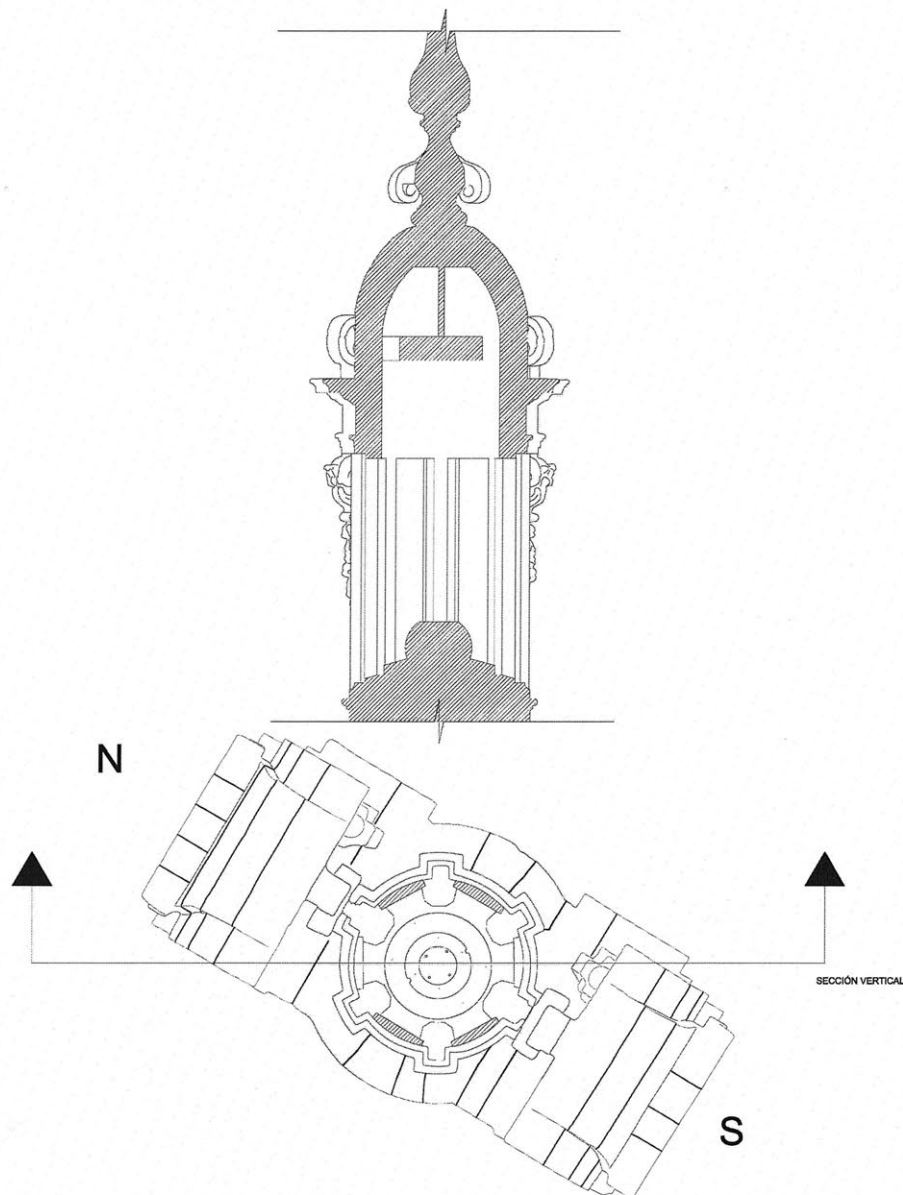


Figura 8
Sección y planta del templete (J. Alonso)

Se puede estudiar el equilibrio aplicando el principio de los trabajos virtuales: el mecanismo de colapso conduce a un desplazamiento con dos componentes δ_H y δ_V que guardan la siguiente relación: $\delta_H / AB = \delta_V / AC$. Aproximadamente, $AB = 2,20$ m y $AC = 0,44$ m. Entonces:

$$\delta_V = (AC/AB) \delta_H = \delta_H/5$$

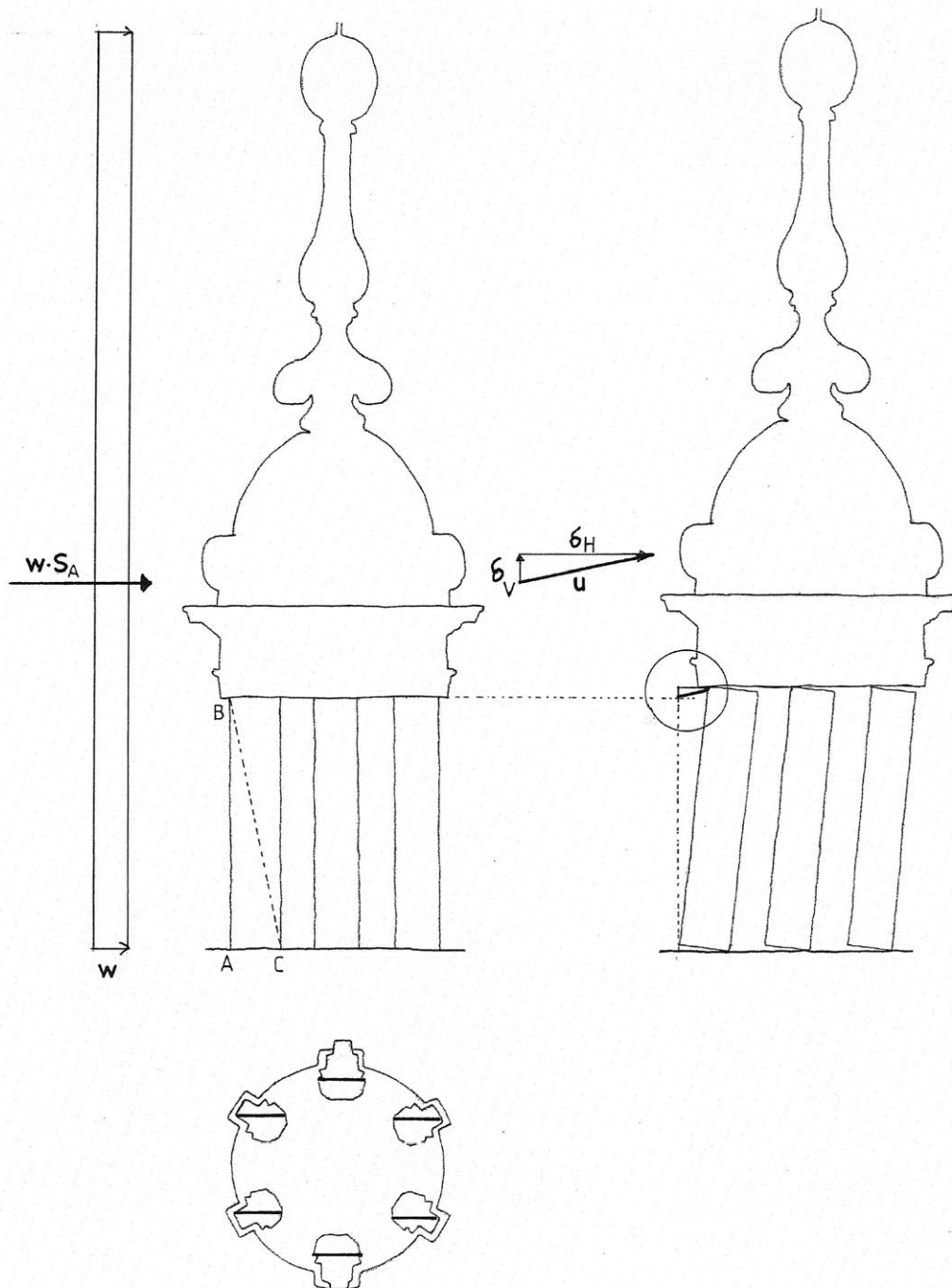


Figura 9
Colapso del templete por fallo lateral bajo la acción del viento

En el colapso el trabajo desestabilizante de la fuerza del viento es:

$$(w S_A) \delta_H = 20 \delta_H$$

el trabajo estabilizante valdrá, siendo, aproximadamente, $P_T = 140$ kN el peso total del templete:

$$(P_T) \delta_V = (P_T) \delta_H / 5 = 28 \delta_H$$

Así, pues, el templete bajo la acción de un viento extraordinario produciendo una presión dinámica de 2 kN/m^2 sería estable.

Por otra parte, en este análisis simplificado se ha despreciado la conexión de los pilares en el sentido de la fachada con las gruesas volutas de la decoración. Si se considera esta unión, la altura eficaz de los pilares se reduce a aproximadamente $AB' = 1,6$ m, Figura 9.

Entonces, la relación $\delta_V = (AC/AB') \delta_H = \delta_H/3,6$, y el trabajo estabilizante aumenta a 39 kNm ., casi el doble del trabajo desestabilizante.

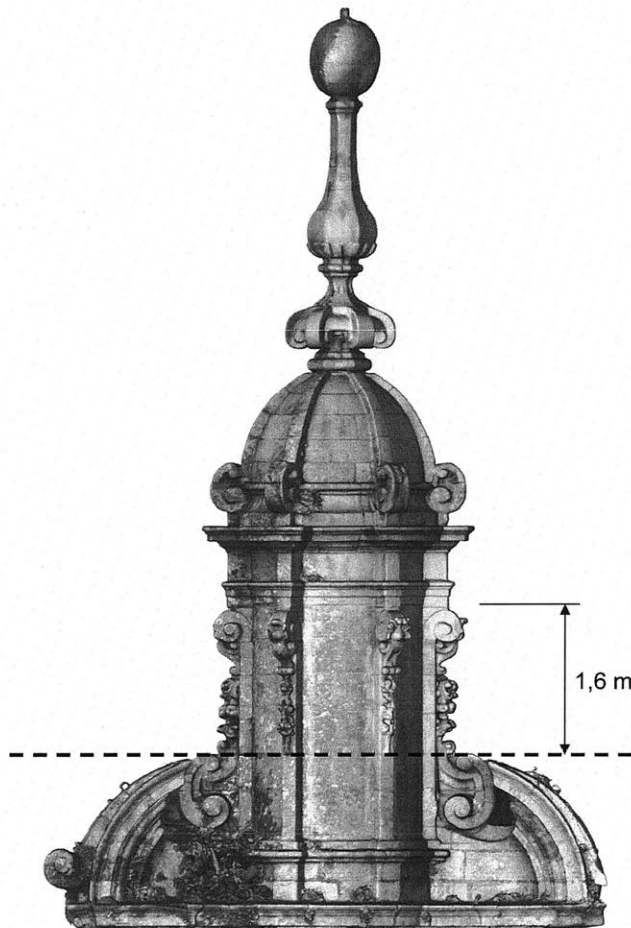


Figura 9

Altura de los pilares libres sobre las volutas decorativas

7. Conclusiones

- 1) El templete abierto eliminando las losas de piedra, añadidas en fecha desconocida, es estable tanto a peso propio como bajo la acción de un viento extraordinario. Se puede, por tanto dejar abierto, como estuvo originalmente, con seguridad.
- 2) El vástago del templete debe resistir al menos una tracción de 26 KN y estar anclado en su base para resistir esa fuerza con seguridad, bien con una chapa al intradós del cupulino, bien a una cruceta, o con cualquier dispositivo que resista esa fuerza.

Todo lo cual afirmo y rubrico según mi leal saber y entender en Madrid, a 17 de junio de 2017.



Firmado:

Santiago Huerta Fernández

Profesor Titular del Departamento de Estructuras y Física de la Edificación

Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid

8. Bibliografía

- Barthel, Rainer, Ch. Kayser, M. Jagfeld y J. Tutsch. 2012. Baukonstruktive und statische Untersuchungen am Turmhelm des Freiburger Münsters. En: *Natursteinsanierung Stuttgart 2012*, ed. por G. Grassegger y G. Patitz. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag, 2012, pp. 137-157.
- Espion, E., S. Elinck y P. Halleux. 1993. Wind induced Stresses in the Spire of Brussels Town Hall Tower. *IABSE Reports*, Vol. 70, pp. 449-456
- Heyman, Jacques.. 1991. Hemingbrough Spire. *Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings II. Vol. 1: General Studies, Materials and Analysis*. editado por C. A. Brebbia et al. Southampton: Computational Mechanics Publications, pp. 12-22.
- Heyman, J. 1995. *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. Colección de ensayos*. Editado por S. Huerta. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Heyman, Jacques.. 1997. Vibration of masonry pinnacles. *Structural studies, repairs and maintenance of historical buildings*. S. Sánchez-Beitia y C. A. Brebbia, eds. Southampton: Computational Mechanics Publications, pp. 429-35.
- Heyman, J. 1999. *El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera / CEHOPU.
- Holmes, John D. 2007. *Wind loading of structures*. Abingdon : Taylor & Francis.
- Mohrmann, K. 1892. Steinerne Turmhelme. En: G. G. Ungewitter, *Lehrbuch der gotischen Constructionen. III Auflage bearbeitet von K. Mohrmann*. Leipzig: T. O. Weigel, Vol. 2, pp. 595-614.
- Rankine, W. J. Macquorn. 1858. *A Manual of Applied Mechanics*. London: Charles Griffin.

Apéndice I. Anclaje del vástago del pináculo de un templete

El arquitecto de la catedral Javier Alonso me pregunta sobre el anclaje del vástago de un pináculo en un templete macizo, Figura A-1.

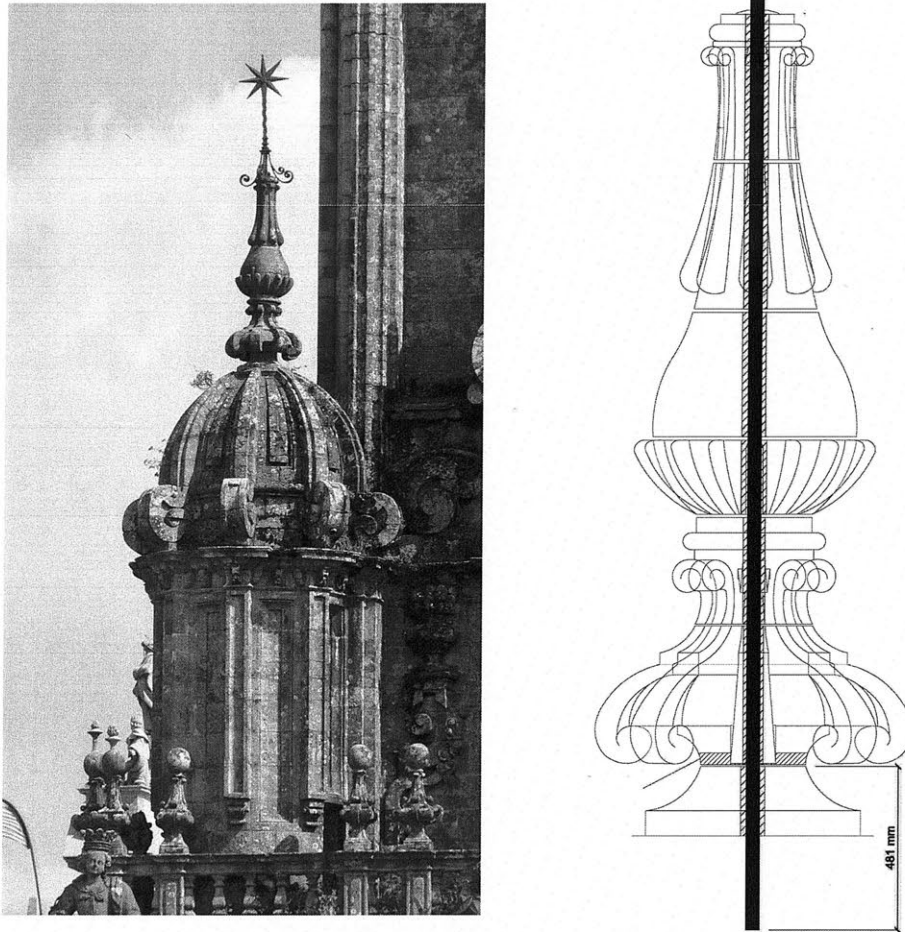


Figura A-1

Templete macizo de la torre norte. Detalle del pináculo de coronación

El pináculo presenta un área aparente $A = 1,1 \text{ m}^2$ y el peso por encima de la sección crítica vale $P = 11,8 \text{ kN}$. El diámetro de la sección crítica vale $d = 0,31 \text{ m}$. El centro de gravedad del área A está a una altura $h = 1,05 \text{ m}$ por encima de la sección crítica. Suponemos que actúa un viento con una presión dinámica extraordinaria $w = 2 \text{ kN/m}^2$. Entonces:

- momento de vuelco: $M_V = (A w) h = 2,31 \text{ kNm}$

- momento de estabilidad $M_E = P (d/2) = 1,83 \text{ kNm}$

Para equilibrar el momento de vuelco el vástago de poder resistir una tracción Q que se deduce de la ecuación:

$$(P + Q) (d/2) = M_V$$

de donde, $Q = 3,10 \text{ kN}$. El vástago debe estar anclado por debajo de la sección crítica para poder resistir la fuerza de $3,1 \text{ kN}$.

No hay datos experimentales que permitan deducir la longitud de anclaje.

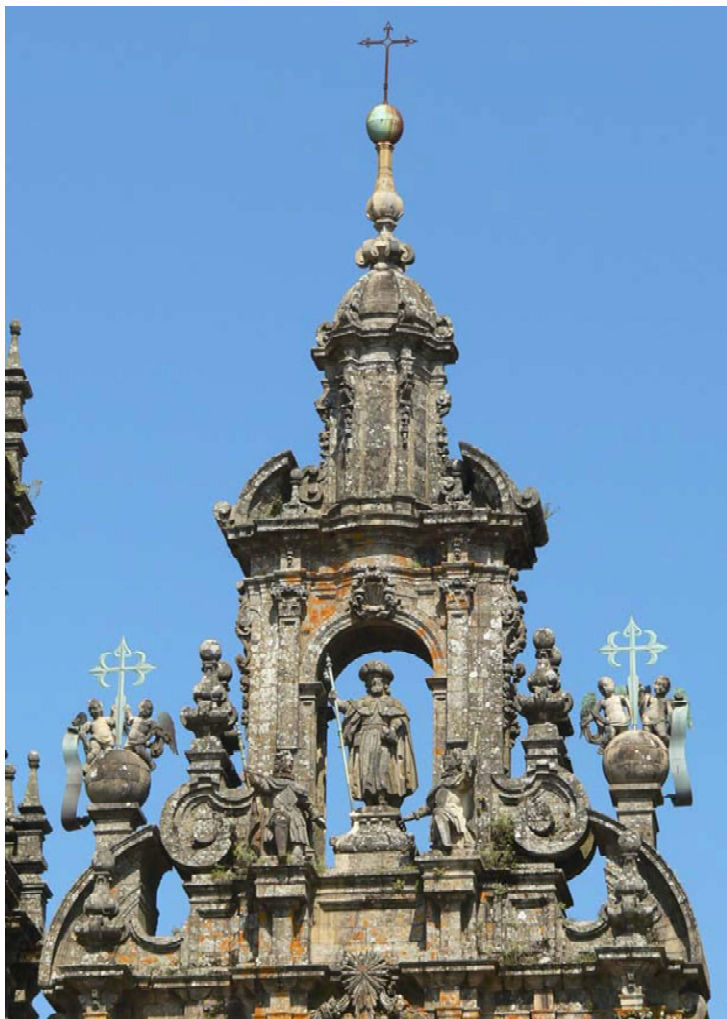
No obstante se pueden sacar algunas conclusiones a partir del vástago del pináculo. Este vástago debió resistir una tracción de unos 26 kN y su anclaje por de bajo de la sección crítica sólo se debía la adherencia con la fábrica circundante por debajo de dicha sección. La longitud de este anclaje es de $1,40 \text{ m}$. Suponiendo, de una manera grosera, que ambos vástagos tienen la misma sección y que se reciben de la misma manera, el anclaje sería proporcional a la fuerza. Entonces, para resistir $3,1 \text{ kN}$ haría falta una longitud de $3,1 (1,4/26) = 0,16 \text{ m}$. La longitud propuesta por el arquitecto Javier Alonso de $0,48 \text{ m}$ parece pues adecuada. También es adecuado el razonamiento por el que llegó a esa longitud: el pináculo original tenía una longitud de anclaje mitad. Al doblar esta cantidad se adquiere una seguridad mínima de 2.

Mientras no se realicen ensayos sistemáticos sobre estos elementos, que como se ha dicho no existen hasta el momento, no se puede llegar más allá de razonamientos sencillos basados en el sentido común.

Láminas



1



2



3



4



5



6



7



8



9



10



11



12



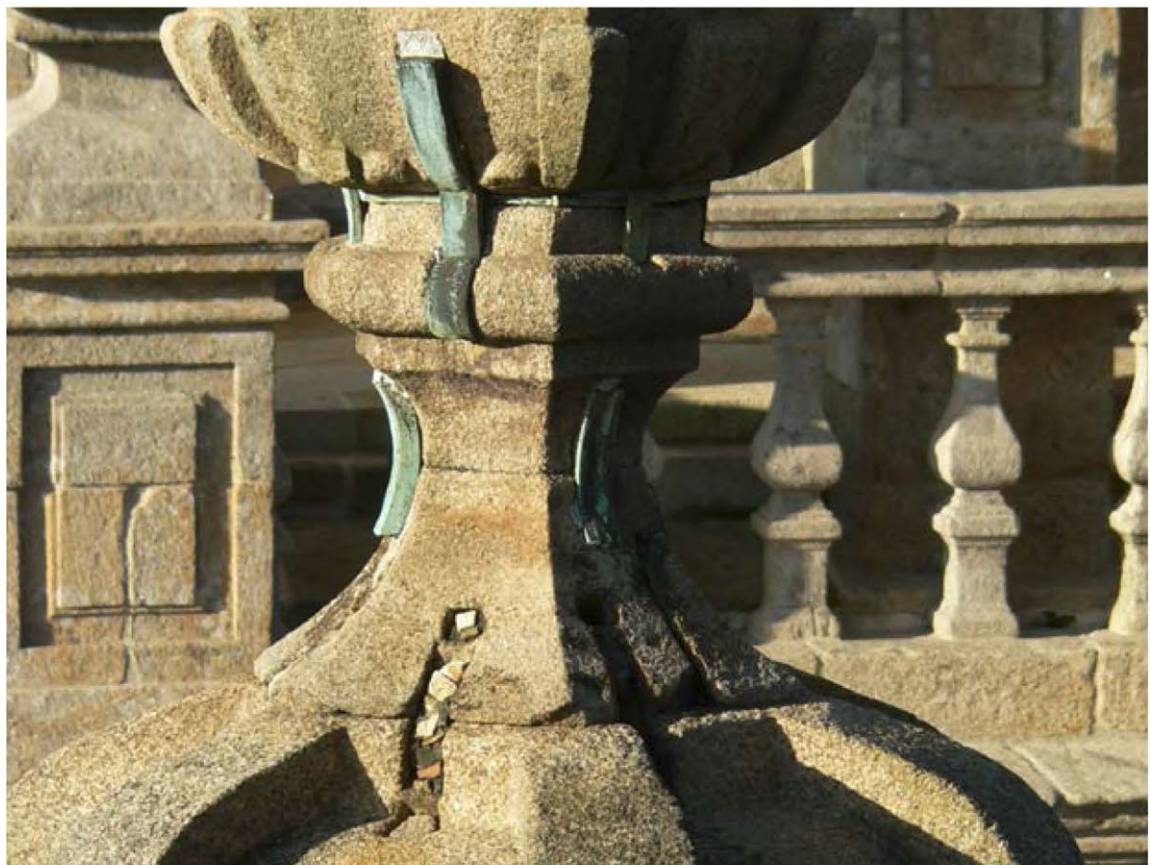
13



14



15



16



17



18



19



20